

§5. Regulární kuželosečky v základní poloze

Pozn.: V tomto paragrafu se budeme zabývat pouze KSS, tedy se nebudeme zabývat imaginární elipsou.

Def.: Je dána kuželosečka k . Přímka, podle níž je k osově souměrná, se nazývá osa (souměrnosti) kuželosečky k .

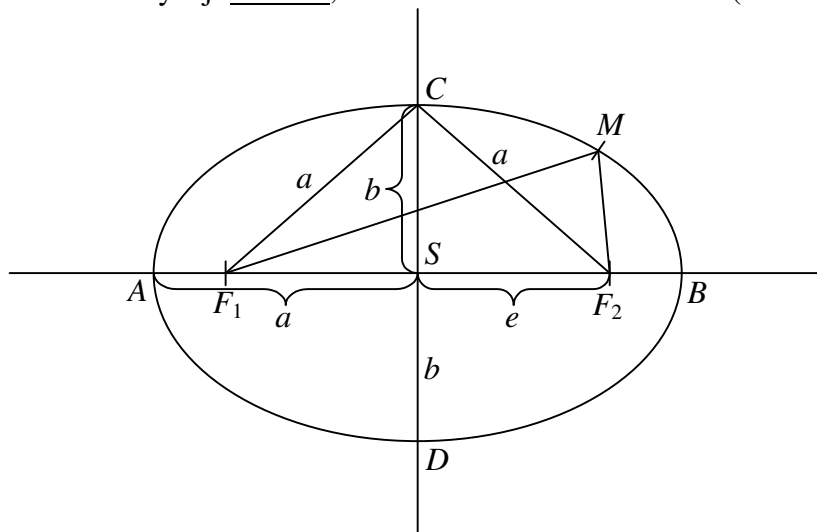
Def.: Řekneme, že kuželosečka k je v základní poloze, jestliže osy kuželosečky jsou rovnoběžné se souřadnými osami (není natočení kuželosečky, tedy $a_{12} = 0$).

Pozn.: Každou regulární kuželosečku lze vhodnou transformací soustavy souřadnic (otočením) převést do základní polohy.

A) Elipsa

Pozn.: V obecné rovnici $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ platí, že $\text{sgn } a_{11} = \text{sgn } a_{22}$.

Def.: Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají od dvou různých bodů v rovině, které se nazývají ohniska, konstantní součet vzdáleností (roven $2a$).



S – střed, F_1, F_2 – ohniska

A, B – hlavní vrcholy, C, D – vedlejší vrcholy

$\overline{AB}$ – hlavní osa, $\overline{CD}$ – vedlejší osa

$a = |AS| = |BS|$ – hlavní poloosa, $b = |CS| = |DS|$ – vedlejší poloosa

$e = |F_1S| = |F_2S|$ – (lineární) excentricita (výstřednost)

Platí: $a^2 = b^2 + e^2$, $|F_1M| + |F_2M| = 2a$, kde M – libovolný bod elipsy.

Pozn.: Středové rovnice elipsy: $S[0;0] \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (kanonická rovnice)

$$S[m,n] \Rightarrow \frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

Pozn.: Kružnice je spec. případem elipsy pro $a = b$:

$$S[0;0] \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2$$

$$S[m,n] \Rightarrow (x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Pozn.: Odvození kanonického tvaru rovnice elipsy (důkaz V.4.1.(1)):

$$M[x, y], F_1[-e, 0], F_2[e, 0]$$

$$|F_1M| + |F_2M| = 2a$$

$$\sqrt{(x+e)^2 + y^2} + \sqrt{(x-e)^2 + y^2} = 2a \quad /^2$$

$$(x+e)^2 + y^2 + 2\sqrt{((x+e)^2 + y^2)((x-e)^2 + y^2)} + (x-e)^2 + y^2 = 4a^2$$

$$2x^2 + 2e^2 + 2y^2 - 4a^2 = 2\sqrt{((x+e)^2 + y^2)((x-e)^2 + y^2)}$$

$$(2x^2 + 2e^2 + 2y^2 - 4a^2)(2x^2 + 2e^2 + 2y^2 - 4a^2) = 4((x+e)^2 + y^2)((x-e)^2 + y^2)$$

$$4a^2x^4 + x^2e^2 + 2y^2 - 2x^2a^2 + e^2x^2 + e^4 + e^2y^2 - 2a^2e^2 + y^2x^2 + y^2 + y^2e^2 + y^4 - 2a^2y^2$$

$$- 2a^2x^2 - 2a^2e^2 - 2a^2y^2 + 4a^4 = (x^2 + 2xe + e^2 + y^2) \cdot (x^2 - 2xe + e^2 + y^2)$$

$$4a^4 - 4a^2x^2 - 4a^2y^2 - 4a^2e^2 = -4x^2e^2$$

$$a^4 - a^2x^2 - a^2y^2 - a^2e^2 = -x^2e^2$$

$$a^4 - a^2x^2 - a^2y^2 - a^2(a^2 - b^2) = -x^2(a^2 - b^2)$$

$$-a^4 + a^2b^2 = -x^2a^2 + x^2b^2$$

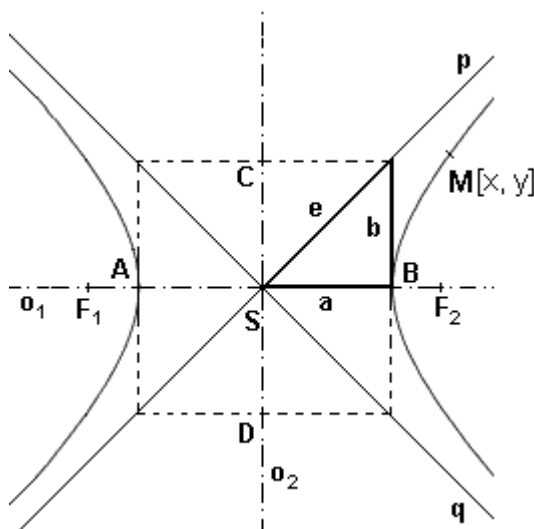
$$-a^2y^2 + a^2b^2 - x^2b^2 = 0$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

B) Hyperbola

Pozn.: V obecné rovnici $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ platí, že $\text{sgn } a_{11} \neq \text{sgn } a_{22}$.

Def.: Hyperbola je množina všech bodů v rovině, které mají od dvou různých bodů v rovině (ohnisek), konstantní absolutní hodnotu rozdílu vzdáleností.



S – střed, F_1, F_2 – ohniska

A, B – hlavní vrcholy, C, D – vedlejší vrcholy

$\overrightarrow{AB}$ – hlavní osa, $\overrightarrow{CD}$ – vedlejší osa

a – hlavní poloosa, b – vedlejší poloosa

e – (lineární) excentricita (výstřednost)

p, q – asymptoty hyperboly

Platí: $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\|F_1M\| - \|F_2M\| = 2a}$, kde M – libovolný bod hyperboly.

Pozn.: Středové rovnice hyperboly: $S[0;0] \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (kanonická rovnice)

$$S[m,n] \Rightarrow \frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

Pozn.: Rovnice asymptot: $S[0;0] \Rightarrow y = \pm \frac{b}{a}x$

$$S[m,n] \Rightarrow y - n = \pm \frac{b}{a}(x - m)$$

Pozn.: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow$ hlavní osa hyperboly na ose x

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \text{hlavní osa hyperboly na ose } y$$

Pozn.: Odvození kanonického tvaru rovnice hyperboly (důkaz V.4.1.(3)):

$$M[x, y], F_1[-e, 0], F_2[e, 0]$$

$$\|F_1M\| - \|F_2M\| = 2a$$

$$\left| \sqrt{(x+e)^2 + y^2} - \sqrt{(x-e)^2 + y^2} \right| = 2a$$

$$\sqrt{(x+e)^2 + y^2} = \sqrt{(x-e)^2 + y^2} + 2a \quad /^2$$

$$(x+e)^2 + y^2 = (x-e)^2 + y^2 + 4a\sqrt{(x-e)^2 + y^2} + 4a^2$$

$$(x+e)^2 + y^2 - (x-e)^2 - y^2 - 4a^2 = 4a\sqrt{(x-e)^2 + y^2} \quad /^2$$

$$16a^4 = 16a^2 \cdot ((x-e)^2 + y^2)$$

$$(2a^2 - x^2 - y^2 - e^2)(2a^2 - x^2 - y^2 - e^2) = (x^2 + 2xe + e^2 + y^2)(x^2 - 2xe + e^2 + y^2)$$

$$4a^4 - 4a^2x^2 - 4a^2y^2 - 4a^2e^2 + x^4 + y^4 + e^4 + 2x^2y^2 + 2x^2e^2 + 2y^2e^2 =$$

$$= x^4 - 2x^3e + x^2e^2 + x^2y^2 + 2x^3e - 4x^2e^2 + 2xe^2 + 2ey^2 + e^2x^2 - 2xe^3 + e^4 + e^2y^2$$

$$+ y^2x^2 - 2xey^2 + y^2e^2 + y^4$$

$$= x^4 + 2x^2e^2 + 2x^2y^2 - 4x^2e^2 + e^4 + 2e^2y^2 + y^4$$

$$4a^4 - 4a^2x^2 - 4a^2y^2 - 4a^2e^2 + 4x^2e^2 = 0$$

$$a^2 - x^2 - y^2 - e^2 + \frac{x^2e^2}{a^2} = 0$$

$$x^2 + y^2 + e^2 + \frac{x^2b^2}{a^2} = 0$$

$$x^2 + y^2 + e^2 + \frac{x^2(b^2 + a^2)}{a^2} = a^2$$

$$\frac{x^2a^2 + x^2b^2}{a^2} + x^2 + y^2 + a^2 + b^2 = a^2$$

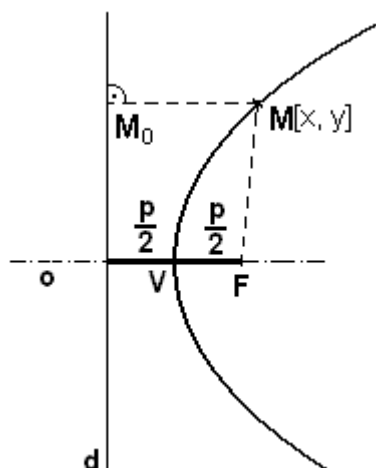
$$x^2 + \frac{x^2b^2}{a^2} + x^2 + y^2 + b^2 = 0$$

$$x^2b^2 - y^2a^2 = a^2b^2 \Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

C) Parabola

Pozn.: V obecné rovnici $a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ platí, že buď $a_{11} = 0$, nebo (vylučovací) $a_{22} = 0$.

Def.: Parabola je množina bodů v rovině, které mají od pevného bodu (ohniska) a pevné přímky (řídící přímky), na níž tento bod neleží, stejnou vzdálenost.



V – vrchol paraboly, F – ohnisko, d – řídící přímka

p – parametr paraboly

o – osa paraboly

Platí: $|MF| = |MM_0|$, kde M – libovolný bod paraboly, M_0 – kolmý průmět bodu M na řídící přímku.

Pozn.: Vrcholové rovnice paraboly: $V[0;0] \Rightarrow y^2 = 2px$ (kanonická rovnice)

$$V[m,n] \Rightarrow (y-n)^2 = 2p(x-m)$$

Pozn.: Rovnice řídící přímky: $V[0;0] \Rightarrow x = -\frac{p}{2}$

$$V[m,n] \Rightarrow x = m - \frac{p}{2}$$

Pozn.: $y^2 = 2px \Rightarrow$ osa paraboly - osa x

$x^2 = 2py \Rightarrow$ osa paraboly - osa y

Pozn.: Odvození kanonického tvaru rovnice paraboly (důkaz V.4.1.(4)):

$$M[x, y], M_0[-\frac{p}{2}, y], F[\frac{p}{2}, 0]$$

$|MF| = |MM_0|$, kde M_0 je kolmý průmět bodu M na řídící přímku.

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \sqrt{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2}$$

$$x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$$

$$\boxed{y^2 = 2px}$$

§6. Tečna regulární kuželosečky

Def.: Přímka, která má s regulární kuželosečkou k společný právě jeden bod T a neobsahuje žádný bod vnitřní oblasti kuželosečky, se nazývá tečna kuželosečky a bod T jejím bodem dotyku.

Def.: Přímka, která má s regulární kuželosečkou společné právě 2 body T, T' , se nazývá sečna kuželosečky, úsečka TT' tětiva kuželosečky.

V.9.1.: Obecná rovnice tečny kuželosečky:

Nechť $T[x_T, y_T]$ je bod dotyku tečny t kuželosečky

$k: a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$. Pak tečna t má obecnou rovnici

$t: (a_{11}x_T + a_{12}y_T + a_{13})x + (a_{12}x_T + a_{22}y_T + a_{23})y + a_{13}x_T + a_{23}y_T + a_{33} = 0$.

Pozn.: Maticový zápis rovnice tečny kuželosečky:

$$\begin{pmatrix} x_T & y_T & 1 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \text{ nebo } \begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x_T \\ y_T \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

V.9.2.!:: Rovnice tečen regulárních kuželoseček v základní poloze

Bod dotyku $T[x_T, y_T]$

Kružnice: $S[0;0]: xx_T + yy_T = r^2$

$S[m,n]: (x-m)(x_T-m) + (y-n)(y_T-n) = r^2$

$$S[0;0]: \frac{xx_T}{a^2} + \frac{yy_T}{b^2} = 1$$

Elipsa:

$$S[m,n]: \frac{(x-m)(x_T-m)}{a^2} + \frac{(y-n)(y_T-n)}{b^2} = 1$$

$$S[0;0]: \frac{xx_T}{a^2} - \frac{yy_T}{b^2} = 1$$

Hyperbola:

$$S[m,n]: \frac{(x-m)(x_T-m)}{a^2} - \frac{(y-n)(y_T-n)}{b^2} = 1$$

Parabola: $V[0;0]: yy_T = p(x + x_T)$

$$V[m,n]: (y-n)(y_T-n) = p(x + x_T - 2m)$$

§7. Asymptotické směry kuželosečky

Def.: Směr v rovině určený vektorem $\vec{u}(u_1, u_2) \neq \vec{0}$ nazveme asymptotický směr kuželosečky $k : a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$, jestliže $a_{11}u_1^2 + 2a_{12}u_1u_2 + a_{22}u_2^2 = 0$.

Pozn.: $u_1(a_{11}u_1 + a_{12}u_2) + u_2(a_{12}u_1 + a_{22}u_2) = 0$
 $u_1(a_{11}u_1 + a_{12}u_2) = -u_2(a_{12}u_1 + a_{22}u_2)$
 $\exists \lambda \in R : a_{11}u_1 + a_{12}u_2 = -\lambda u_2$

$$a_{12}u_1 + a_{22}u_2 = \lambda u_1$$

$$a_{11}u_1 + (a_{12} + \lambda)u_2 = 0$$

$$(a_{12} - \lambda)u_1 + a_{22}u_2 = 0$$

Homogenní systém 2 rovnic, který má vždy nulové řešení. Pokud má nenulové řešení, musí se determinant soustavy rovnat 0:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} + \lambda \\ a_{12} - \lambda & a_{22} \end{vmatrix} = 0$$

$$a_{11}a_{22} - (a_{12} - \lambda)(a_{12} + \lambda) = 0$$

$$a_{11}a_{22} - (a_{12}^2 - \lambda^2) = 0$$

$$a_{12}^2 - a_{11}a_{22} = \lambda^2$$

$$a_{12}^2 > a_{11}a_{22} \Rightarrow 2$$

$$a_{12}^2 = a_{11}a_{22} \Rightarrow 1 \quad \text{asymptotický směr}$$

$$a_{12}^2 < a_{11}a_{22} \Rightarrow 0$$

Def.: Necht' $k : a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ je kuželosečka a A její matice.

Determinant $|A|$ nazýváme determinantem kuželosečky k .

Determinant $|A_m|$ matice $A_m = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$ nazýváme malým determinantem kuželosečky k .

- Pozn.:**
- Kuželosečka k má právě 2 asymptotické směry, jestliže $|A_m| < 0$.
regulární kuželosečka: hyperbola
singulární kuželosečka: 2 různoběžné přímky
 - Kuželosečka k má právě 1 asymptotický směr, jestliže $|A_m| = 0$.
regulární kuželosečka: parabola
singulární kuželosečka: 2 různé rovnoběžné přímky, (dvojná) přímka, imaginární rovnoběžky (prázdná množina)
 - Kuželosečka k nemá žádný asymptotický směr, jestliže $|A_m| > 0$.
regulární kuželosečka: elipsa, imaginární elipsa
singulární kuželosečka: bod

§8. Střed a singulární bod kuželosečky

Def.: Necht' k je kuželosečka. Bod S středem kuželosečky k právě tehdy, když $\forall X \in k : \exists X' \in k : S$ je střed XX' .

Pozn.: Je dána kuželosečka $k : a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$, její střed S , přímka $p : p(S, \vec{u})$ a průsečíky přímky p s kuželosečkou k $X = S + t\vec{u}$, $X' = S - t\vec{u}$.

$$S[s_1, s_2], \vec{u}(u_1, u_2)$$

$$p : x = s_1 + tu_1, y = s_2 + tu_2$$

$$x^2 = s_1^2 + 2ts_1u_1 + t^2u_1^2$$

$$y^2 = s_2^2 + 2ts_2u_2 + t^2u_2^2$$

$$xy = s_1s_2 + t(s_1u_2 + s_2u_1) + t^2 \cdot u_1u_2$$

Roznásobením a vytknutím t^2, t^1, t^0 získáváme rovnici $At^2 + 2Bt + C = 0$, kde

$$B = (a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + a_{13})u_1 + (a_{12}s_1 + a_{22}s_2 + a_{23})u_2 = 0$$

(Bod S je středem, tedy uvedená kvadratická rovnice musí splňovat to, že je-li t_0 řešením, pak je $-t_0$ řešením. Z toho tedy plyne, že $B = 0$.)

$$At^2 + C = 0$$

$$t_1 = -t_2$$

V.5.1.: Bod $S[s_1, s_2]$ je střed kuželosečky $k : a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ právě tehdy, když

$$\begin{aligned} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + a_{13} &= 0 \\ a_{12}s_1 + a_{22}s_2 + a_{23} &= 0 \end{aligned}$$

Pozn.: Pokud tato soustava nemá řešení, pak je kuželosečka nestředová, pokud má nekonečně mnoho řešení, středy leží na přímce.

Def.: Jestliže střed S kuželosečky k leží na kuželosečce, pak bod S nazveme singulárním bodem kuželosečky k .

Pozn.: Je dána kuželosečka $k : a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$, její singulární bod S .

V rovnici $At^2 + 2Bt + C = 0$ platí:

$$B = (a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + a_{13})u_1 + (a_{12}s_1 + a_{22}s_2 + a_{23})u_2 = 0$$

$$C = (a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + a_{13})u_1 + (a_{12}s_1 + a_{22}s_2 + a_{23})u_2 + a_{13}s_1 + a_{23}s_2 + a_{33} = 0$$

(Při úvaze stejné jako u středu kuželosečky víme, že je-li S singulárním bodem kuželosečky, pak jeho souřadnice musí splňovat rovnice středu, a taktéž získaná kvadratická rovnice $At^2 + 2Bt + C = 0$ pro $p \cap k$ musí mít kořen $t_0 = 0$, tedy nutně $C = 0$.)

$$At^2 = 0$$

1) $A = 0 : \vec{u}$ je asymptotický směr

2) $A \neq 0 : t^2 = 0 : p \cap k = S[s_1, s_2]$

Každá přímka, která prochází singulárním bodem k , leží buď celá na k ($A=0$) nebo má s k právě 1 společný bod S .

V.5.2.: Bod $S[s_1, s_2]$ je singulární bod kuželosečky

$k: a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$ právě tehdy, když

$$a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + a_{13} = 0$$

$$a_{12}s_1 + a_{22}s_2 + a_{23} = 0.$$

$$a_{13}s_1 + a_{23}s_2 + a_{33} = 0$$

Pozn.: Maticový zápis: $A \cdot \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

Pozn.: Obsahuje-li kuželosečka k singulární bod, pak nastane jedna z těchto možností:

- a) k má 2 asymptotické směry – k jsou 2 různoběžky
- b) k má 1 asymptotický směr – k je 1 dvojná přímka
- c) k nemá asymptotický směr – k je 1 bod S

§9. Kulová plocha, koule

Def.: Kulovou plochou (sférou) se středem S a poloměrem $r > 0$ rozumíme množinu všech bodů X v prostoru, pro které platí $|SX| = r$. Zapisujeme $\kappa(S, r)$.

Koulí se středem S a poloměrem $r > 0$ rozumíme množinu všech bodů X v prostoru, pro které platí $|SX| \leq r$. Zapisujeme $K(S, r)$.

V.9.1.: Kulová plocha se středem $S[m, n, q]$ a poloměrem $r > 0$ je analyticky vyjádřena rovnicí $(x - m)^2 + (y - n)^2 + (z - q)^2 = r^2$.

Koule se středem $S[m, n, q]$ a poloměrem $r > 0$ je analyticky vyjádřena rovnicí $(x - m)^2 + (y - n)^2 + (z - q)^2 \leq r^2$.

Pozn.: V prostoru můžeme vyšetřovat vzájemnou polohu kulové plochy a přímky, resp. roviny.

Přímka p může být vzhledem ke kulové ploše vnější přímkou (0 průsečíků), tečnou (1 průsečík), nebo sečnou (2 průsečíky).

Rovina ρ může buď nemít s kulovou plochou $\kappa(S, r)$ žádný společný bod ($|S\rho| > r$), mít společný právě jeden bod ($|S\rho| = r$), tj. být tečnou rovinou kulové plochy κ , nebo mít společných nekonečně mnoho bodů ($|S\rho| < r$), které tvoří kružnici v této rovině.

V.9.2.: Tečná rovina kulové plochy $\kappa(S, r)$ se středem $S[m, n, q]$ a poloměrem $r > 0$ v jejím bodě $T[x_T, y_T, z_T]$ je analyticky vyjádřena rovnicí

$$(x - m)(x_T - m) + (y - n)(y_T - n) + (z - q)(z_T - q) = r^2.$$

§10. Kvadriky

Def.: Kvadrikou rozumíme množinu všech bodů $X[x, y, z]$ v prostoru, jejichž souřadnice vyhovují rovnici:

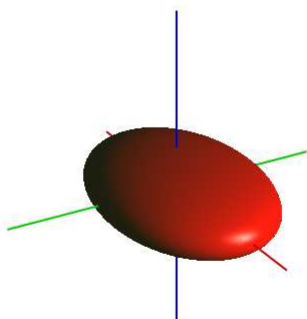
$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0,$$

kde alespoň jedno z čísel $a_{11}, a_{22}, a_{33}, a_{12}, a_{13}, a_{23} \neq 0$.

Pozn.: Regulární kvadriky

a) Elipsoid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(Rotační elipsoid ($a = b$) vznikne rotací elipsy $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, y = 0$ kolem osy z .)

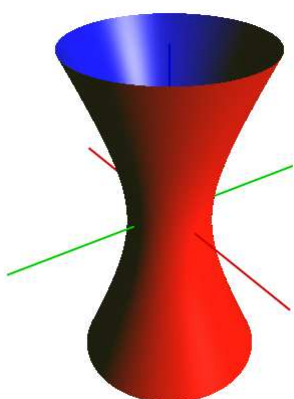


Speciálním případem pro $a = b = c$ dostáváme kulovou plochu.

b) Imaginární elipsoid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$

c) Jednodílný hyperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

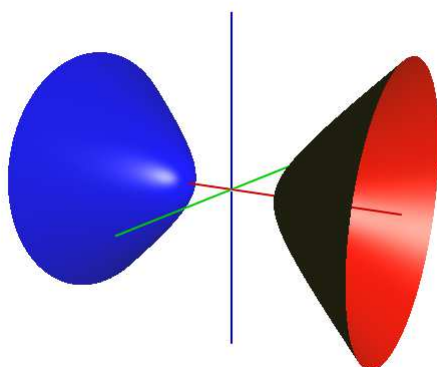
(Rotační jednodílný hyperboloid ($a = b$) vznikne rotací hyperboly $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, y = 0$ kolem osy z .)



d) Dvojdílný hyperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

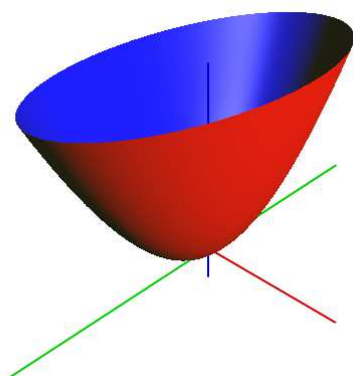
(Rotační dvojdílný hyperboloid ($a = b$) vznikne rotací

hyperboly $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, y = 0$ kolem osy z .)



e) Elipsoidický paraboloid: $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

(Rotační elipsoidický paraboloid ($a = b$) vznikne rotací paraboly $z = \frac{x^2}{a^2}, y = 0$ kolem osy z .)



f) Hyperbolický paraboloid: $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$
(nemůže být rotační)

